

# 2019 年金融学院夏令营量化投资硕士

## 复试考试大纲及样题

本大纲为量化投资方向硕士笔试环节的考试大纲。在此,大纲对考试的分值、题型分布、涉及知识点进行了详细介绍。请考试同学复习时认真参考。

### 一、卷面总分数为 200 分,考生选择 100 分作答

### 二、题型及分值分布

1.通识题目(与专业无关),满分 60 分,选择 30 分作答

2.金融量化模型题目,满分 40 分,选择 20 分(2 题)作答

- 股票定价 2 题,每题 10 分
- 衍生品 2 题,每题 10 分

3.数学与统计题目,满分 60 分,选择 30 分(2 题)作答

- 时间序列分析 1 题,每题 15 分
- 运筹与优化 1 题,每题 15 分
- 随机分析 1 题,每题 15 分
- 数理统计 1 题,每题 15 分

4.编程题目,满分 40 分,选择 20 分作答

共 4 题,每题 10 分,选择 2 题,可以选择自己熟悉的语言实现

### 三、相关知识点

#### (一) 股票定价

1、经典投资学理论

- 投资组合理论
- 有效市场假说
- CAPM 模型
- APT 模型
- 择时
- 套利
- 对冲

2、股票投资策略

- 动量策略
- 价值策略
- 事件驱动策略
- alpha 策略
- 市场中性策略

## (二) 衍生工具

### 1. 远期、期货、互换、期权的基本概念和风险特征

- 四种衍生产品的定义和到期损益特征
- 远期利率协议与远期利率、远期外汇与远期汇率
- 看涨期权和看跌期权的头寸与风险特征

### 2. 远期利率协议 (FRA)、利率互换和利率期货

- 国债期货的报价、转换因子与最便宜可交割债券
- 利率互换的交易机制
- 三者和管理利率风险方面的区别和联系

### 3. 股指期货

- 股指期货报价与结算
- 股指期货如何为股票组合套期保值
- 基差的概念

### 4. 欧式看涨期权和看跌期权

- 期权价值的影响因素；
- 各影响因素与期权价值的关系；
- 看涨看跌平价公式及其应用
- 隐含波动率与波动率微笑

## (三) 时间序列分析

- 时间序列的平稳性
- 描述性统计
- ARMA 模型的参数估计、假设检验和预测
- ARIMA 模型的参数估计、假设检验和预测
- GARCH 模型的参数估计、假设检验和预测

#### (四) 运筹与优化

- 线性规划问题与单纯形法
- 对偶理论与对偶单纯形法
- 无约束非线性规划问题的概念和解法
- 二次规划问题
- 不确定型决策分析
- 风险决策分析

#### (五) 随机分析

- 布朗运动
- Ito 积分
- Black-Scholes 模型
- 风险中性测度
- Ito 引理

#### (六) 数理统计

- 连续分布总体参数的估计和假设检验
- 离散分布总体参数的估计和假设检验
- 极大似然估计的基本有限样本性质和大样本性质
- 矩估计的基本有限样本性质和大样本性质
- 似然比检验

#### (七) 编程:

复试不指定特定的语言，如果没有基础需要准备的话，可以考虑从 Matlab, R, C, SAS, python, VBA 等语言中选择一种准备。

##### 1、基本数据处理

- 数据输入输出
- 基本运算：加减乘除乘方开方等

##### 2、流程控制

- If-else
- For/while, break, continue

##### 3、随机数生成

- 一元随机数生成
  - 多元随机数生成
  - 简单的蒙特卡洛模拟
- 4、快速学习能力
- 给定算法或实现思路编写脚本和函数
  - 快速阅读帮助的能力

2015 年夏令营量化投资专硕项目采取先笔试、后面试的形式，且题型结构及题目设置基本延续 2015 年研究生入学考试量化投资硕士笔试的风格，请感兴趣的同学提前安排复习计划，现将 2015 年 3 月硕士研究生复试中已使用过的笔试题型说明及题目公布如下：

## 对外经济贸易大学金融学院

### 2015 年量化投资方向专业硕士复试笔试试卷

注意：所有答题均做在答题纸上，并在每题答案前标明各级题号，答在本试题卷上无效。本试卷共有 200 分，考生需要选择 100 分作答，考试时间 120 分钟。

考生编号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 身份证号：\_\_\_\_\_

#### 一、通识题（每题 15 分，共 4 题，满分 60 分，选择 30 分作答）

1.(15 分)你有六根长度完全相等的线段。如何使用它们摆放出 4 个正三角形？如何使用它们摆放出 8 个正三角形？

2. (15 分)如果三个国家之间两两建交，则称这三个国家形成了一个“金三角”。如果三个国家之间两两都没有建交，则称这三个国家形成了一个“黑三角”。现在有六个国家，已知其中不存在任何黑三角，请问这六个国家中是否必定存在金三角？请叙述理由。

3. (15分) A, B, C, ..., I 代表整数 1-9 (不一定按照顺序, 但不重复), 满足如下等式:

$$A+B+C+D = 20$$

$$B+C+D+E+F = 20$$

$$D+E+F+G+H = 20$$

$$F+G+H+I = 20$$

请给出满足上面约束的 A-I 的值一共有多少种不同的可能结果, 并写明过程。

4. (15分) 假设我们有 12 个球, 其中 11 个是正常的球, 之外的那个球可能会轻一些, 也可能会重一些。请用至多三次称重确定哪个球是不正常的, 并指出这个球是轻了还是重了。

## 二、金融量化模型 (每题 10 分, 共 4 题, 满分 40 分, 选择 20 分作答)

1. 在投资领域, 什么指标可以度量一个股票的风险, 请写出此指标的表达式? 某个股票风险越大, 是否一定意味着其预期收益越高?

2. 请写出 CAPM 的模型和 APT 模型的公式, 说明各个参数的意义。比较这两个模型的异同, 并说明这两个模型如何指导投资实践。

3. 请写出标的资产无红利支付的欧式看涨和看跌期权的平价公式, 说明公式中参数的意义。如果现实中发现相同执行价和到期日的上述欧式看涨期权的隐含波动率大于看跌期权的隐含波动率, 试问是否存在套利机会, 如何进行套利。

4. 远期利率协议和利率期货都可以作为利率风险管理的工具, 如果一个投资者未来 6 个月后需要借款, 他担心利率上升带来的成本增加, 试问他如何使用远期利率协议进行套保, 如何利用利率期货进行套保, 说明你的理由。

## 三、数学与统计题目 (每题 15 分, 共 4 题, 满分 60 分, 选择 30 分作答)

### 1. (时间序列题)

假定一个债券指数的月度简单收益率服从如下 MA(1) 模型

$$R_t = a_t + 0.2a_{t-1}, \quad \sigma_a = 0.025$$

设  $a_{100} = 0.01$ 。证明可知在均方误差最小的原则下以 T 为原点的 m 步向前预测值为

$$\hat{R}_T(m) = E(RR_{T+m}|R_T, R_{T-1}, \dots), \quad m = 1, 2, \dots$$

- (1) 请据此计算该收益率以  $t=100$  为预测原点的向前1步和向前2步的预测。
- (2) 计算该收益率序列的间隔为1和间隔为2的自相关系数。

**2.(约束优化)** 完全复制型指数基金就是要最小化平均跟踪误差, 即给定一些股票、选择权重向量来构造一个追踪组合, 使追踪组合的收益率与标的指数的收益率尽量靠近, 其数学表达式如下:

$$\min_{\{w\}} TE = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_{t=1}^T (FR_t - IR_t)^2}$$

$$FR_t = \sum_{i=1}^N w_i R_{i,t}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$w_i > 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

其中,  $TE$ : 样本区间内的平均跟踪误差,

$FR_t$ : 追踪组合  $t$  时刻的收益率,

$IR_t$ : 标的指数  $t$  时刻的收益率

$w_i$ : 追踪组合中股票  $i$  的投资权重

$R_{i,t}$ : 追踪组合中股票  $i$  在  $t$  时刻的收益率

$T$ : 时间  $t = 1, 2, \dots, T$

$N$ : 股票个数

标准的二次规划如下式所示:

$$\min 1/2x^T Hx + f^T x$$

$$s.t. A * x \leq b$$

$$Aeq * x = beq$$

其中  $H, A, Aeq$  为矩阵,  $f, b, beq, x$  为列向量, 上角标  $T$  为转秩。请将指数基金复制问题转化标准的二次规划问题, 给出  $x, H, f, A, b, Aeq, Beq$  的具体形式。

### 3. (随机分析)

(1) (5分) 请简要解释: 为什么伊藤(Ito)积分不能按照一般的Riemann-Stieltjes积分来定义。

(2) (10分) 设 $W_t$ 是标准布朗运动。对于光滑二元函数 $f$ , 伊藤引理(Ito's Lemma)指出了, 过程 $f(W_t, t)$ 可由如下的随机微分方程描述:

$$df(W_t, t) = \frac{\partial f(W_t, t)}{\partial W_t} dW_t + \left[ \frac{\partial f(W_t, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(W_t, t)}{\partial W_t^2} \right] dt.$$

现在假定某证券的价格过程 $S_t$ 服从几何布朗运动:

$$\ln S_t = at + bW_t$$

请按照伊藤引理把 $S_t$ 用一个随机微分方程来描述。

### 4. (统计学)

设 $X_1, \dots, X_5$ 是取自两点分布 $b(1, p)$ 的一个样本, 其中 $0 < p < 1$ 。

(1) (5分) 写出样本的联合分布列。

(2) (5分) 指出下列子样函数中哪些是统计量, 哪些不是统计量, 为什么?

$$T_1 = (X_1 + \dots + X_5)/5, \quad T_2 = X_5 - E(X_1),$$

$$T_3 = X_5 - p, \quad T_4 = \max(X_1, \dots, X_5).$$

(3) (5分) 如果样本的一个观察值是(0,1,0,1,1), 写出样本均值, 样本方差和经验分布函数。

四、编程(共4题, 每题10分, 满分40分, 选择20分作答, 可以采用自己熟悉的语言作答, 包括Matlab, SaS, C++, Python, VBA等, 请注明你使用的语言)

**1.随机点名程序设计:** 假设班级里有100名学生, 学号1到100顺序排列, 设计一个随机抽取20个人进行点名的程序, 由于我们希望每个学生都能尽量被点到, 因此一旦某个学生被点到以后, 其概率下降, 同时提高其他学生被点到的概率。规则如下:

首先假设未进行任何一次点名的时候, 每个学生等概率被点到, 其次假设每次点名只点一名学生。如果在某次点名中学生 $i$ 被点到, 那么下一次点名的时候学生 $i$

的概率减为当前的一半,另一半概率平均分配给其他同学。请给出一个模拟程序,该程序模拟100次点名,输出每次被点到学生的学号。

2. 蒙特卡洛模拟计算亚式看涨期权价格,该产品的收益依赖于存续期中标的资产的平均价格,即

$$C = e^{-rt} E_0 \left( \max \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T S_t - K, 0 \right) \right) \quad (1)$$

其中 $S_t$ 是未来第 $t$ 天的股价,  $K$ ,  $r$ 为常数,  $E_0$ 是求期望。我们知道当样本数足够大的时候,我们可用样本均值近似期望值,即:

$$E(X) \approx \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M X_j$$

其中 $M$ 是模拟抽样的次数,  $X_j$ 是每次随机变量的抽样值。假设任何时间股价服从如下递推关系:

$$S_{t+1} = S_t \exp \left( \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sqrt{\Delta t} \times z \right)$$

其中 $z$ 服从标准正态分布,  $\sigma$ 是股票的波动率,为常数,  $\Delta t$ 是步长,假设我们每天模拟一次,一年长度为1的话,  $\Delta t = 1/365$ 。

1) 写出一个使用模拟方法定亚式看涨期权的代码,其中 $S_0, r, \sigma, T, K$ 是参数,可以认为已知。 $T$ 为天数,  $M$ 为模拟次数,请设置为你认为合理的大小。(4分)

2) 为了提高模拟效率,采取对偶抽样的方式重新编写代码,所谓对偶变量法。即每次同时生成一对模拟价格序列,其中一个序列每次使用的随机数 $z$ 和另一个序列对应位置的随机数 $z$ 互为相反数,这样只需要 $M/2$ 次抽样就可以获得 $M$ 条样本序列了。(6分)

3. 某个国家(假设这个国家人口足够多)人们只想要女孩,每个家庭都会一直要孩子,直到他们得到一个女孩。如果生的是男孩,他们就会再生一个。如果生了女孩,就不再生了。假设生男孩和女孩的概率相等。根据上面描述回答如下问题:



编写程序估计这个国家最终的男女比例？（7分）

猜测最终这个国家的男女比例？(2分)给出合理的解释.(1分)

4.（10分） 假设在D:\hf000012.txt文件中存储有某只股票的每笔交易数据，变量包括：交易日期(date)，交易时间(time)，成交价格(tprice),成交数量(tvolume)，现需要从中处理出5分钟的高频交易记录，抽取方法是：从9：30开始，每5分钟抽取一次，若在5分钟时点上没有对应成交记录则以5分钟后离该时点最近的一次记录作为其5分钟交易记录，例如在9:35:00没有记录，但在9:35:01有记录，则抽取9:35:01的记录作为9：35的5分钟交易记录。结果存储在另一个txt文件中，存储的变量包括：交易日期，对应的5分钟时间点（如9:30, 9:35,9:40,...），成交价格，成交数量。请编程完成上述问题。

**注意：**股票交易时间为上午9:30-11:30，下午1:30-3:00；其中时间变量以秒为单位，00：00：00的数值为0，其他时间均为距此时间的秒数；日期以1900年1月1日为0，其他日期为距1900年1月1日的天数。